УДК 001.891:65.011.56
DOI https://doi.org/10.32838/2663-5941/2019.3-1/25

Повхан І.Ф.
ДВНЗ «Ужгородський національний університет»

ЗАДАЧА АПРОКСИМАЦІЇ ВИБІРКИ ДИСКРЕТНИХ НАБОРІВ ГЕОМЕТРИЧНИМИ ОБ'ЄКТАМИ

Робота присвячена важливому завданню розпізнавання – апроксимації дискретних наборів множиною геометричних об'єктів. Ефективна, економна апроксимація навчальної вибірки дозволяє забезпечити необхідні швидкодію, рівень складності схеми класифікації, що забезпечує просте та повне розпізнавання дискретних об'єктів.

Ключові слова: *розпізнавання дискретних об'єктів, апроксимація геометричними об'єктами, функція розпізнавання, узагальнена ознака.*

Актуальність. Робота пропонує розв'язок завдання розпізнавання образів у детермінованому варіанті на основі використання методології методу логічного дерева [1]. Специфіка останнього дозволяє створити на його основі програмний комплекс для автоматизації процесу конструювання нових алгоритмів та розпізнаючи систем в цілому. Таким чином, реалізована можливість ефективно використовувати весь багатолітній досвід теорії та практики розпізнавання образів, даючи вже відомим алгоритмам та програмам розпізнавання друге життя. В цьому плані метод дерева доповнює методологію підходу розгалуженого вибору ознак Ю.А. Василенка [2].

У роботі пропонується підхід апроксимації навчальної вибірки геометричними об'єктами. Ідея розробленого алгоритму генерації узагальнених ознак [3] знову ж полягає в апроксимації певного класу послідовністю певних узагальнених ознак (гіперпаралелепіпедів). Стосовно його алгоритмічної реалізації відмітимо те, що вона розвиває роботу [4] так-як хоча автор і приймав ній участь – була не позбавлена певних системних обмежень (фіксована орієнтація в просторі, неможливість адаптації та ін).

Використання множини геометричних об'єктів для апроксимації дискретних наборів дозволяє побудувати відносно просту схему класифікації, при умові сумісного використання декількох підходів (наприклад, зв'язки алгоритмів гіперкулі та гіперкуба), що дозволяє реалізувати 100% розпізнавання навіть при умові слабкої роздільності класів [5]. Тут слід зауважити, що кожна окремо з геометричних реалізацій має свою фіксовану ефективність відносно навчальної вибірки та в найгіршому випадку не зможе провести закінчену апроксимацію масиву (це не стосується алгоритму гіперкуль – який забезпечує розпізнавання навіть при не виконанні гіпотези роздільності).

Стосовно алгоритмічної реалізації – апроксимації вибірки гіперпаралелепіпедами відмітимо те, що вона має певні особливості за рахунок додаткової перевірки сконструйованих гіперпаралелепіпедів на коректність (неможливості «захоплення» простору іншого класу) та загальної схеми побудови всіх можливих гіперпаралелепіпедів у фіксованому класі. В нашому випадку важливою особливістю алгоритму гіперпаралелепіпедів в порівнянні з іншими геометричними підходами буде те, що для зберігання сконструйованої узагальненої ознаки (гіперпаралелепіпеда) достатньо запам'ятати дві протилежні діагональні вершини.

Постановка завдання. Під час розпізнавання образів найважливішою, а іноді єдиною заданою інформацією є навчаюча вибірка (НВ)

$$(A_1,\Omega_{i_1}),(A_2,\Omega_{i_2}),...,(A_m,\Omega_{i_m}) \ (*)$$

Де A_j – об'єкти (вектори) деякого n – мірного простору ознак R^n, а Ω_{i_j} - номера класів, які містять в собі об'єкти A_j, тут $(j \in 1,2,...,m; i \in 1,2,...,k)$.

Нехай Ω_0 – клас об'єктів, кожний з яких не міститься в жодному з класів $\Omega_1,\Omega_2,...,\Omega_k$, тоді справедлива рівність:

$$\Omega_0 \cup \Omega_1 \cup ... \cup \Omega_k = R^n .$$

Центральною задачею розпізнавання образів (дискретних об'єктів) є побудова такої системи, яка для кожного об'єкта, який подається на її вхід видавала б номер класу, який місить цей об'єкт [6].

Очевидно, що сама навчальна вибірка є системою переборного типу, яка здійснює розпізнавання об'єктів, але лише тих що пераховані у виборці. Чим більше об'єктів в НВ, тим більше об'єктів з R^n може розпізнати така система. В зв'язку зі скінченністю НВ та пам'яті комп'ютера яка її буде обробляти, такий підхід є не самим найкращім.

Одним із способів значного збільшення числа об'єктів з R^n які за даною скінченою НВ будуть правильно класифікуватися системою розпізнавання (СР), є геометрична апроксимація класів Ω_i. Прикладом таких методів є розділення простору R^n гіперкулями [7].

Перерахуємо принципи, яких будемо дотримуватися в наступній апроксимації НВ гіперпаралелепіпедами:

1) оскільки НВ зазвичай буває єдиною початковою інформацією при постановці задачі розпізнавання, то при побудові СР необхідно виходити головним чином з цієї інформації;

2) оскільки НВ скінчена, а отже є обмеженою, то елементи апроксимації, за нашою думкою мають бути обмеженими, тобто в n-мірному просторі елементи апроксимації – замкнені гіперповерхні;

3) нехай ξ – деякий окіл (гіперкуля, гіперкуб, гіпереліпс гіперпаралелепіпед). Розглянемо можливі припущення:

a) в ξ – околі кожної точки A_i з НВ немає жодного об'єкту з R^n;

b) в ξ – околі точки A_i є об'єкти з R^n, але всі вони разом з точкою A_i належать одному і тому класу;

c) в ξ – околі точки A_i є об'єкти з R^n, але вони можуть бути з різних класів.

Припущення (а) є не самим кращим, так як мала імовірність цього варіанту та відсутня апроксимація яка буде краще самою НВ. Припущення (с) найбільш реальне, але в цьому випадку з усього околу ξ – околу точки A_i нам відома інформація лише про саму точку (об'єкт) A_i. З цих міркувань формулюється принцип (b) – кожна точка A_i належить класу Ω_{ji} разом з ξ – околом.

Загальний опис базового алгоритму. Опишемо суть алгоритму E – апроксимації НВ гіперпаралепіпедами. Нехай в n-мірному просторі задана НВ виду (*).

Нехай також задано число $0 < \mathrm{E} \le 1$. Побудуємо таку систему гіперпарапаралелепіпедів які не перетинаються $\{P_j\}$, кожний з яких задовольняє наступну умову:

$$\max_i \frac{M_j^i * V_\xi}{V_j} \ge \mathrm{E} > 0\,, \qquad (1)$$

Зауважимо, тут M_j^i – кількість векторів НВ, які попадають в гіперпаралелепіпед P_j та належить класу Ω_i. Також V_j – об'єм гіперпараллелепіпеда P_j, V_ξ - об'єм гіперпараллелепіпеда, ребра якого задаються вектором $\xi = (\xi_1, \xi_2, ..., \xi_n)$, де:

$$\xi_l = \min_{i,j\in\{i_1,i_2,...,i_m\}} \left|x_l^i - x_l^j\right|, (l = 1,2,...,n)\,, \qquad (2)$$

Умова (1) визначає номер класу, об'єкти якого попадають в гіперпараллелепіпед P_j, та сумарний об'єм ξ – околів цих об'єктів у відношенні до об'єму P_j, (не менше заданого числа E).

ξ – окіл, в даному випадку гіперпараллелепіпед, ребра якого найменша відстань між ортогональними проекціями об'єктів НВ на всі координатні n-мірного простору R^n – умова (2).

Дамо покроковий опис базового алгоритму.

Крок 1. Зафіксуємо деякий гіперпараллелепіпед P_0^0, який містить всі вектори НВ та грані якого є площини, які описуються наступними рівняннями:

$$\begin{cases} x_i = x_i^0 \\ x_i = x_i^1 \end{cases}, \text{ тут } (i = 1,2,...,n)\,.$$

Крок 2. Перевіримо умову (1). Якщо воно виконується, то алгоритм закінчується , інакше крок 3.

Крок 3. Ділимо P_0^0 навпіл площиною, паралельною $x_1 = x_i^0$. Отримаємо два гіперпараллелепіпеда P_1^1 та P_1^2. Робимо перевірку умови (1) для кожного з них. Ті гіперпараллелепіпеди, для яких умова (1) виконується, запам'ятовуємо та в наступних кроках алгоритму не враховуємо. Якщо,

$$\max_i \frac{M_j^i * V_\xi}{V_j} = 0\,, \qquad (3)$$

то гіперпараллелепіпед відсіюється, тобто рахується пустим.

На $i+1$-му кроці алгоритму гіперпараллелепіпеди $P_{i_1}, P_{i_2}, ..., P_{i_{1t}}$, які отримані на попередніх кроках, ділимо гіперплощинами вигляду: $x_j = x_j^0$. Ті з гіперпараллелепіпедів, які задовольняють (1) – запам'ятовуються комп'ютером та далі не враховуються, ті для яких виконується умова (3) – відсіюються. Ті що залишилися подаються на вхід наступного кроку. Останній крок. Умова (1) виконується для всіх гіперпараллелепіпедів, які поступають на поточний крок.

Характеристика алгоритму. Для аналізу основних характеристик алгоритму запропонуємо ряд тверджень.

Твердження 1. Алгоритм E – апроксимації НВ гіперпаралелепіпедами є збіжним для довільного $\mathrm{E}, (0 < \mathrm{E} \le 1)$ та закінчується за скінчену кількість кроків. Доведення очевидне.

Твердження 2. Нехай $\{P_j, j = 1,2,...,t\}$ – результат алгоритму E – апроксимації гіперпаралелепіпедами. Тоді $\{P_j\}$ – систем розпізнавання, яка робить не більше $m\,(1-\mathrm{E})$ помилок при надходженні НВ, де m – кількість пар НВ.

Доведення. Кожному гіперпаралелепіпеду з $\{P_j\}$ поставимо у відповідність число i (номер класу, при якому реалізується нерівність (1)). Твердження доведене.

Твердження 3. Нехай алгоритм E – апроксимації НВ закінчується після t – операцій з гіперплощинами та K_i – кількість тих гіперпаралелепіпедів які відсіюються i – му кроці, як такі що не містять жодної точки з НВ. Тоді кількість гіперпаралелепіпедів на вході алгоритму E – апроксимації дорівнює числу:

$$S = 2^t(1 - \sum_{i=1}^{t} \frac{k_i}{2^i}) .$$

Доведення. Число S отримаємо з виразу: $(...(((2 - k_1) * 2 - K_2) * 2 - k_3)...) * 2 - k_t$.

Твердження 4. Нехай $\overline{p}$ – середня кількість об'єктів НВ, які попадають в кожний з гіперпаралелепіпедів покриття $\{P_i\}$, m – величина НВ, n – розмірність простору. Тоді маємо стиск інформації про НВ в $\frac{n+1}{2n+1} * \overline{p}$ разів.

Доведення. Любий гіперпаралелепіпед n – мірного простору однозначно визначається своєю діагоналлю. Тоді для кодування гіперпаралелепіпеда необхідно $2n$ – чисел. Водночас для кодування НВ необхідно $m(n+1)$ чисел. Після апроксимації для запам'ятовування $\frac{m}{\overline{p}}$ – гіперпаралелепіпедів потрібно $\frac{m}{\overline{p}}(2n+1)$ – чисел. Тоді стиск інформації характеризується співвідношенням:

$$\frac{m(n+1)}{\frac{m}{\overline{p}}(2n+1)} = \frac{\overline{p}(n+1)}{2n+1} .$$

Твердження доведене.

Порівняємо запропонований нами метод з аналогічним йому методом відсікаючи гіперплощин.

1. Головна задача методів відсікання – побудова деяких площин, які оптимально розділяють класи один від одного. При цьому розділяються лише об'єкти НВ, але мається на увазі розділення всієї генеральної вибірки, яка нам невідома. Навпаки, в методі E – апроксимації враховується обмежений характер НВ та апроксимація здійснюється з заданою точністю E .

2. Для задачі знаходження оптимальних відсікаючи площин застосовується складний математичний апарат, що при обробці великих масивів інформації є істотним недоліком. В методі E – апроксимації математична простота: використовуються гіперпаралелепіпед, який можна описати одною його діагоналлю та його ділення на дві частини одною з площин, паралельних його граням.

3. Метод відсікаючи площин часто потребує апріорного припущення про можливість розділення об'єктів НВ. Зауважимо, що в запропонованому методі об'єкти НВ можна розділити завжди.

4. Результат роботи алгоритму E – апроксимації дає можливість легко побудувати правило класифікації для об'єктів що розпізнаються.

Дійсно, застосувавши метод E – апроксимації гіперпаралелепіпедами до НВ, мі отримаємо множину гіперпаралелепіпедів $\{P_j\}$. Кожний гіперпаралелепіпед P_j містить в собі оптимальні множини об'єктів НВ, які належать класу Ω_{ij} . Тоді природно припустити таке правило класифікації для розпізнавання об'єктів: Нехай c – довільний об'єкт що подається на вхід системі розпізнавання. Якщо c – міститься в якомусь з гіперпаралелепіпедів P_r , то c розпізнається як об'єкт класу Ω_{ir}. В протилежному випадку видається відповідь – невідомо (помилка класифікації).

Можна припустити та менш жорстку умову: об'єкт c відноситься д класу Ω_{ir}, якщо $\min_j \rho(c, P_j) = \rho(c, P_{ir}) < \rho_0$, де ρ – деяка метрика в R^n та ρ_0 – задане число. Число ρ_0 можна також розраховувати як найменша відстань між об'єктами НВ. Зауважимо, що розрахунок оцінок тоді буде здійснюватися не по відношенню до об'єктів НВ, а її E – апроксимації. Це по-перше значно пришвидшить алгоритм розпізнавання, а по-друге, розвантажує оперативну пам'ять комп'ютера.

5. Зауважимо, що система розпізнавання може будуватися з попередньо відомою точністю – E .

6. За допомогою гіперпаралелепіпедів над НВ можна легко проводити різні перетворення. У випадку зображень або сцен такими перетвореннями можуть бути геометричні перетворення. При цьому для роботи алгоритмів достатньо мати лише діагоналі гіперпаралелепіпедів.

7. Алгоритм E – апроксимації гіперпаралелепіпедами враховує умови при яких можливо відрізнити два різних об'єкта при даній НВ.

Модифікація базового алгоритму. Запропонуємо модифікації алгоритму E – апроксимації, які дають можливість швидко апроксимувати НВ, отримавши меншу кількість гіперпаралелепіпедів, врахувати людський фактор і так далі.

1. Вибір найкращого напрямку. В запропонованому алгоритмі E – апроксимації гіперпаралелепіпедами НВ вибір напрямку відсікання площинами проводиться циклічно за координатами, а саме: паралельно площинам, заданим рівняннями: $x_i = 0, (i = 1, 2, ..., n)$.

Запропонуємо тепер ділити гіперпаралелепіпед не один раз, а проводити n – можливих відсікань навпіл. Після цього треба обрати той один спосіб відсікання, при якому сума величин, які фігурують зліва у формулі для кожної з двох отриманих частин: $\max_i \frac{M_{j_1}^i * V_\xi}{V_{j_1}} + \max_i \frac{M_{j_1}^i * V_\xi}{V_{j_1}}$ буде найбільшою.

2. Вибір пропорції ділення. В алгоритмі E – апроксимації відсікання гіперпаралелепіпедів проводиться навпіл. Це найбільш проста операція серед других відсікань, однак не враховується особливість поточної частини НВ. Тому пропонується ділити гіперпаралелепіпед P на два (P_1 та P_2) так, щоби по можливості максимальна частина об'єктів НВ з одного класу об'єктів попала а один з гіперпаралелепіпедів.

3. Задача нижнього порогу апроксимації. Дана модифікація полягає в тому, що поряд з умовою (1) вводиться умова з деякою величиною η :

$$\max \frac{M_j^i * V_\xi}{V_j} < \eta \qquad (4)$$

Гіперпаралелепіпеди які не задовольняють умові (4) слід відсіювати. Головна ідея тут полягає в наступному – поріг η визначає ту мінімальну кількість точок в даному об'єкті, по якому є сенс судити про належність об'єктів до якого-небудь класу.

4. Завдання найменшого околу об'єктів НВ. В попередньому E – апроксимації НВ істотним моментом є розрахунок найменшого E – околу, межах якого розділення двох любих об'єктів неможливе. При цьому інформація береться тільки з НВ.

Завдаючи E – окіл апріорі, модифікуємо початковий алгоритм. Виходячи зі здорового глузду, необхідно припустити, що E – окіл що задається апріорі не може бути більше того, який розраховується в алгоритмі E – апроксимації гіперпаралелепіпедами, так як при цьому наступає або надлишковість НВ, або протиріччя: два об'єкта з єдиного E – околу належать різним класам.

5. Обмеження кількості кроків алгоритму. В зв'язку з тим що процесорний час та пам'ять комп'ютера є обмеженими ресурсами, доречно ввести скінчену кількість кроків алгоритму, після якої процес апроксимації вважається закінченим.

6. Інтерактивний режим. З твердження (3) видно, що число кроків алгоритму E – апроксимації гіперпаралелепіпедами значно залежить від перших відсікань. Однак людина на перших кроках алгоритму може виявитися більш ефективною в цьому плані (вибору відсікаючи площин), ніж жорстка комп'ютерна програма. Тому доцільно (особливо це стосується випадку двомірного та трьох-мірного простору) перші кроки алгоритму здійснювати в інтерактивному режимі.

7. Використання відомих методів розпізнавання в методі E – апроксимації гіперпаралелепіпедами. Алгоритм E – апроксимації швидше працює на великих однорідних частинах НВ та значно довше там де об'єкти НВ досить сильно розсіяні в просторі. Тому можна запропонувати таку модифікацію. Фіксується деяка кількість алгоритмів апроксимації (розділення) НВ. Алгоритм E – апроксимації гіперпаралелепіпедами є основою запропонованого алгоритму. Схема алгоритму залишається тією самою, тільки на кожному кроці застосовуються фіксовані методи. Якщо в результаті їх застосування розділення вибірки в поточному гіперпаралелепіпеді пройшло з відповідною точністю, то відсікання цього гіперпаралелепіпеда закінчується, інакше діє схема E – апроксимації гіперпаралелепіпедами. Очевидно, що такий алгоритм більш гнучкий відносно попередньо запропонованого.

Фінальний варіант алгоритму апроксимації начальної вибірки. Ідея даної модифікації знову ж полягає в апроксимації певного класу послідовністю гіперпаралелепіпедів. Стосовно його алгоритмічної реалізації відмітимо те, що вона незначно ускладнилася в порівнянні з попередніми геометричними алгоритмами за рахунок додаткової перевірки сконструйованих гіперпаралелепіпедів на коректність (неможливості «захоплення» простору іншого класу) та загальної схеми побудови всіх можливих гіперпаралелепіпедів у фіксованому класі.

Знову ж, для спрощення викладу кроків алгоритму припустимо, що НВ задає розбиття на два класи – H_0, H_1, і задача буде полягати в апроксимації класу H_0 гіперпаралелепіпедами, загальна схема побудови яких аналогічна і для класу H_1.

Нагадаємо, що за визначенням, гіперпаралелепіпед у n – вимірному просторі – це геометрична множина точок $P(x_1, x_2, ..., x_n)$, що задовольняє нерівності: $a_1 \le x_1 \le b_1, ..., a_n \le x_n \le b_n$, де $a_i < b_i$ – дійсні числа. Для спрощення загальної схеми алгоритму накладемо таку важливу умову, що всі грані гіперепаралелепіпедів, які будуть збудовані нами, будуть паралельні напрямним осям координат, що дозволить в значній мірі спростити загальну схему алгоритму.

В нашому випадку важливою особливістю алгоритму гіперпаралелепіпедів в порівнянні з іншими геометричними алгоритмами буде те, що для зберігання сконструйованої узагальненої ознаки (гіперпаралелепіпеда) достатньо запам'ятати дві протилежні діагональні вершини, що за своєю економічністю можна порівняти з алгоритмом гіперкуль (де у пам'яті зберігався центр кулі та його радіус). Тобто, зважаючи на визначення гіперпаралелепіпеда, для його зберігання достатньо запам'ятати вершини $V_1(a_1, a_2, ..., a_n)$ та $V_2(b_1, b_2, ..., b_n)$, а отже довільний гіперпаралелепіпед в n – вимірному просторі однозначно визначається своєю діагоналлю і для його кодування (запам'ятовування) достатньо $2n$ змінних, що безпосередньо впливає на складність та ефективність схеми даного алгоритму.

Опишемо алгоритм апроксимації НВ послідовністю гіперпаралелепіпедів та розберемо основні його реалізаційні елементи.

Крок 1. Головною принциповою проблемою, яку необхідно вирішити при реалізації даного алгоритму є проблема побудови всі можливих гіперпаралелепіпедів на фіксованій множині точок з метою її ефективної апроксимації. Самим простим, але і самим поганим шляхом вирішенням даної проблеми є прямий перебір усіх можливих комбінації точок (з метою побудови гіперпаралелепіпедів). Другий варіант – початкова обробка множини точок заради виділення групи так званих «граничних» точок, для яких одна з n координат буде найбільшою або найменшою в порівнянні з такою ж самою координатою всіх інших точок. Зрозуміло, що для будь-якої множини кількість таких точок буде рівна $2n$, тобто це будуть точки, які фактично лежать зверху цієї множини (тобто фактично її охоплюють).

На основі знайденої групи точок («граничних» точок) можна і будувати послідовність гіперпаралелепіпедів, які апроксимують дану множину точок найефективнішим способом. Зрозуміло, що все, що було сказано вище, буде знову ж справедливо при компактному розташуванні областей класів у просторі, інакше простий перебір може виявитися значно ефективнішим.

В даному алгоритмі гіперпаралелепіпедів, етап виділення «граничних» точок проводиться в два кроки, тобто після побудови першої групи і конструювання всіх можливих гіперпаралелепіпедів процес виділення «граничних» точок повторюється з залишеними точками в початковій множині. Фактично це нагадує процес подвійного чищення яблука, коли після зрізу кожухи ми знову ж умовно повторюємо весь процес чищення.

Така подвійна обробка НВ з метою побудови послідовності гіперпаралелепіпедів в деяких випадках дозволяє подолати проблему «невдалого» розташування областей класів в просторі та значно скоротити час роботи в порівнянні з повним перебором точок у множині.

Множину всіх сконструйованих гіперепаралелепіпедів на фіксованій множині точок (об'єктів) НВ позначимо через E.

Крок 2. Розрахунок потужностей знайдених гіперпаралелепіпедів повністю повторює подібний етап в алгоритмах гіперкуль та гіпереліпсів з визначенням потужності як кількості входжень об'єктів НВ в область відповідного гіперпаралелепіпеда. Виділивши з множини E гіперпаралелепіпед, який має найбільшу потужність, необхідно його перевірити на коректність – мається на увазі невходження точок іншого класу в його область. Якщо даний етап закінчиться успішно, то це буде означати, що перший елемент послідовності апроксимуючих гіперпаралелепіпедів (узагальнених ознак) нами знайдений. В такому випадку, по-перше, в НВ необхідно внести зміни: виключити з неї всі точки (об'єкти), які поглинаються знайденим гіперпаралелепіпедом, – по-друге, те ж саме зробити з ним і в множині E. Далі необхідно циклічно повернутися до другого етапу з метою побудови наступної узагальненої ознаки і продовжувати цей процес, доки не буде вичерпана множина E або всі об'єкти w_i НВ, для яких $f_r(w_i) = 0$.

У разі, коли гіперпаралелепіпед найбільшої потужності з множини E буде поглинати об'єкти класу H_1 (тобто буде відбракованим), то після виключення його з E знову ж необхідно повернутися до другого етапу.

Висновки. Зафіксуємо основні переваги запропонованих в роботі алгоритмічних реалізацій в порівнянні з іншими геометричними підходами:

– результат роботи алгоритму гіперпаралелепіпедів дозволяє легко побудувати ефективне та економічне правило класифікації для розпізнавання об'єктів;

– у викладеній схемі опису НВ враховується її обмежений характер, а точність результуючої схеми апроксимації можна регулювати в процесі її побудови;

– сама схема побудови послідовності гіперпаралелепіпедів не потребує складного математичного апарату, а сама модель алгоритму є водночас простою та ефективною;

– за допомогою послідовності гіперпаралелепіпедів над НВ легко проводити різні перетворення. У випадку зображень або сцен такими перетвореннями можуть бути геометричні перетворення; при цьому для роботи алгоритму достатньо мати лише діагоналі гіперпаралелепіпедів;

– викладена схема апроксимації НВ за допомогою гіперпаралелепіпедів в деяких випадках буде значно ефективнішою та економічнішою, ніж інші алгоритми (гіперкуль, гіпереліпсів).

Список літератури:

1. Повхан І.Ф. Метод розгалуженого вибору ознак в математичному конструюванні багаторівневих систем розпізнавання образів. *Науково технічний журнал "Штучний Інтелект"*. 2003. №7. С. 246-249.
2. Повхан І.Ф., Василенко Ю.А., Василенко Е.Ю. Концептуальна основа систем розпізнавання образів на основі метода розгалуженого вибору ознак. *Науково технічний журнал "European Journal of Enterprise Technologies"*. 2004. №7[1]. С. 13-15.
3. Повхан І.Ф. Визначення поняття ознаки в теорії розпізнавання образів. *Науково технічний журнал "Штучний Інтелект"*. 2002. №4. С. 512-517.
4. Василенко Ю.А., Ващук Ф.Г., Папп И.А. Апроксимация обучающей выборки гиперпараллелепипедами. *Науковий вісник УжДІЕП*. 1998. №2. С. 9-17.
5. Повхан І.Ф., Василенко Ю.А. Групова та індивідуальна оцінка важливості бульових аргументів. *Вісник національного технічного університету «ХПІ»*. 2011. №53. С. 57-64.
6. Povhan I. General scheme for constructing the most complex logical tree of classification in pattern recognition discrete objects. *Збірник наукових праць «Електроніка та інформаційні технології»*. 2019. Випуск 11. С. 112-117.
7. Повхан І.Ф. Проблема функціональної оцінки навчальної вибірки в задачах розпізнавання дискретних об'єктів. *Вчені записки Таврійського національного університету. Серія: Технічні науки*. 2018. Т. 29 (68). № 6. С. 217–222.

ЗАДАЧА АППРОКСИМАЦИИ ВЫБОРКИ ДИСКРЕТНЫХ НАБОРОВ ГЕОМЕТРИЧЕСКИМИ ОБЪЕКТАМИ

Работа посвящена важной задаче распознавания – аппроксимации дискретных наборов множеством геометрических объектов. Эффективная, экономная аппроксимация обучающей выборки позволяет обеспечить необходимые быстродействия, уровень сложности схемы классификации, что обеспечивает простое и полное распознавание дискретных объектов.

Ключевые слова: *распознавание дискретных объектов, аппроксимация геометрическими объектами, функция распознавания, обобщенный признак.*

THE PROBLEM OF APPROXIMATING A SAMPLE OF DISCRETE SETS BY GEOMETRIC OBJECTS

The work is devoted to the important problem of recognition – approximation of discrete sets by a set of geometric objects. Effective, economical approximation of the training sample allows providing the necessary speed, the level of complexity of the classification scheme, which provides a simple and complete recognition of discrete objects.

Key words: *recognition of the discrete approximation of geometric objects, detection function, generalized basis.*